futuretopper.in

Series HMJ/2 **SET-3**

कोड नं.
Code No. **65/2/3**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

	नोट		NOTE
(I)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **15** हैं ।	(I)	Please check that this question paper contains **15** printed pages.
(II)	प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।	(II)	Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **36** प्रश्न हैं ।	(III)	Please check that this question paper contains **36** questions.
(IV)	कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।	(IV)	Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V)	इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।	(V)	15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours *Maximum Marks : 80*

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *यह प्रश्न-पत्र* ***चार*** *खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ । इस प्रश्न-पत्र में* ***36*** *प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) ***खण्ड क*** *में प्रश्न संख्या* ***1*** *से* ***20*** *तक* ***20*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***1*** *अंक का है ।*

(iii) ***खण्ड ख*** *में प्रश्न संख्या* ***21*** *से* ***26*** *तक* ***6*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***2*** *अंकों का है ।*

(iv) ***खण्ड ग*** *में प्रश्न संख्या* ***27*** *से* ***32*** *तक* ***6*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***4*** *अंकों का है ।*

(v) ***खण्ड घ*** *में प्रश्न संख्या* ***33*** *से* ***36*** *तक* ***4*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***6*** *अंकों का है ।*

(vi) *प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।*

(vii) *इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।*

(viii) *केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति* ***नहीं*** *है ।*

खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. त्रिभुज जिसके शीर्ष O, A तथा B हैं, जहाँ $\overrightarrow{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $\overrightarrow{OB} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, का क्षेत्रफल होगा

(A) $3\sqrt{5}$ वर्ग इकाई

(B) $5\sqrt{5}$ वर्ग इकाई

(C) $6\sqrt{5}$ वर्ग इकाई

(D) 4 वर्ग इकाई

2. फलन $f(x) = \sin^{-1}(2x)$ का प्रांत है

(A) $[0, 1]$

(B) $[-1, 1]$

(C) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(D) $[-2, 2]$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper comprises* ***four*** *Sections A, B, C and D. This question paper carries* ***36*** *questions.* ***All*** *questions are compulsory.*

(ii) ***Section A*** *– Questions no.* ***1*** *to* ***20*** *comprises of* ***20*** *questions of* ***1*** *mark each.*

(iii) ***Section B*** *– Questions no.* ***21*** *to* ***26*** *comprises of* ***6*** *questions of* ***2*** *marks each.*

(iv) ***Section C*** *– Questions no.* ***27*** *to* ***32*** *comprises of* ***6*** *questions of* ***4*** *marks each.*

(v) ***Section D*** *– Questions no.* ***33*** *to* ***36*** *comprises of* ***4*** *questions of* ***6*** *marks each.*

(vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.*

(vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*

(viii) *Use of calculators is* ***not*** *permitted.*

SECTION A

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. The area of a triangle formed by vertices O, A and B, where $\overrightarrow{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\overrightarrow{OB} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ is

(A) $3\sqrt{5}$ sq. units

(B) $5\sqrt{5}$ sq. units

(C) $6\sqrt{5}$ sq. units

(D) 4 sq. units

2. The domain of the function $f(x) = \sin^{-1}(2x)$ is

(A) $[0, 1]$

(B) $[-1, 1]$

(C) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(D) $[-2, 2]$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

3. अन्तराल, जिसमें $f(x) = x^2e^{-x}$ द्वारा प्रदत्त फलन f निरन्तर वर्धमान है, है

(A) $(-\infty, \infty)$

(B) $(-\infty, 0)$

(C) $(2, \infty)$

(D) $(0, 2)$

4. यदि $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{यदि} \quad x \neq 0 \\ k & \text{यदि} \quad x = 0 \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन f, $x = 0$ पर संतत है, तो k का मान है

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) 2

5. $\frac{1}{x}$ के सापेक्ष $\log x$ का अवकलज है

(A) $-\frac{1}{x^3}$

(B) $-\frac{1}{x}$

(C) $-x$

(D) $\frac{1}{x}$

6. y-अक्ष पर बिन्दु $(2, -3, 4)$ से डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक हैं

(A) $(2, 3, 4)$

(B) $(-2, -3, -4)$

(C) $(0, -3, 0)$

(D) $(2, 0, 4)$

7. समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R

(A) सममित तथा संक्रामक है, परन्तु स्वतुल्य नहीं है

(B) स्वतुल्य तथा सममित है, परन्तु संक्रामक नहीं है

(C) सममित है, परन्तु न ही स्वतुल्य और न ही संक्रामक है

(D) एक तुल्यता संबंध है

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

3. The interval in which the function f given by $f(x) = x^2e^{-x}$ is strictly increasing, is

(A) $(-\infty, \infty)$

(B) $(-\infty, 0)$

(C) $(2, \infty)$

(D) $(0, 2)$

4. The value of k so that f defined by

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{if} \quad x \neq 0 \\ k & \text{if} \quad x = 0 \end{cases}$$

is continuous at x = 0 is

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) 2

5. The derivative of log x with respect to $\frac{1}{x}$ is

(A) $-\frac{1}{x^3}$

(B) $-\frac{1}{x}$

(C) $-x$

(D) $\frac{1}{x}$

6. The coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point $(2, -3, 4)$ on the y-axis is

(A) $(2, 3, 4)$

(B) $(-2, -3, -4)$

(C) $(0, -3, 0)$

(D) $(2, 0, 4)$

7. The relation R in the set $\{1, 2, 3\}$ given by $R = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$ is

(A) symmetric and transitive, but not reflexive

(B) reflexive and symmetric, but not transitive

(C) symmetric, but neither reflexive nor transitive

(D) an equivalence relation

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

8. यदि $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$ तथा $|\vec{a} \times \vec{b}| = 6$ है, तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान है

(A) 12

(B) 6

(C) $3\sqrt{3}$

(D) $6\sqrt{3}$

9. यदि A कोटि 3 का एक व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है और $A^2 = 3A$ है, तो $|A|$ का मान होगा

(A) -3

(B) 3

(C) 9

(D) 27

10. यदि $|\vec{a}| = 4$ तथा $-3 \leq \lambda \leq 2$ है, तो $|\lambda \vec{a}|$ का मान जिस अन्तराल में है, वह है

(A) [0, 12]

(B) [2, 3]

(C) [8, 12]

(D) [–12, 8]

प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के प्रश्नों के खाली स्थान भरिए ।

11. यदि एक वृत्त की त्रिज्या 0·5 cm/s की दर से बढ़ रही है, तो इसकी परिधि की वृद्धि दर है _____ ।

12. यदि $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ k \\ -5 \end{bmatrix} = O$, जहाँ O एक शून्य आव्यूह है, तो k का मान है _____ ।

13. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिन्दु (0, 0), (0, 8), (2, 7), (5, 4) तथा (6, 0) हैं । अधिकतम लाभ $P = 3x + 2y$ बिन्दु _____ पर होगा ।

14. फलन $y = \sec^{-1} x$ की मुख्य मानीय शाखा का परिसर है _____ ।

अथवा

$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान है _____ ।

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

8. If $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ and $|\vec{a} \times \vec{b}| = 6$, then the value of $\vec{a} \cdot \vec{b}$ is

(A) 12

(B) 6

(C) $3\sqrt{3}$

(D) $6\sqrt{3}$

9. If A is a non-singular square matrix of order 3 such that $A^2 = 3A$, then value of $|A|$ is

(A) -3

(B) 3

(C) 9

(D) 27

10. If $|\vec{a}| = 4$ and $-3 \leq \lambda \leq 2$, then $|\lambda \vec{a}|$ lies in

(A) [0, 12]

(B) [2, 3]

(C) [8, 12]

(D) [–12, 8]

Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. If the radius of the circle is increasing at the rate of 0·5 cm/s, then the rate of increase of its circumference is _____ .

12. If $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ k \\ -5 \end{bmatrix} = O$, where O is the null matrix, then the value of k is _____ .

13. The corner points of the feasible region of an LPP are (0, 0), (0, 8), (2, 7), (5, 4) and (6, 0). The maximum profit P = 3x + 2y occurs at the point _____ .

14. The range of the principal value branch of the function $y = \sec^{-1} x$ is _____ .

OR

The principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ is _____ .

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

15. समांतर समतलों $2x + y - 2z - 6 = 0$ व $4x + 2y - 4z = 0$ के बीच की दूरी _____ इकाई है ।

अथवा

यदि मूल-बिन्दु से एक समतल पर डाले गए लम्ब का पाद $P(1, 0, -3)$ है, तो उस समतल का कार्तीय समीकरण है _____ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

17. रेखा $\frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+4}{2}$ जहाँ xy-तल को काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

18. k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए निम्न फलन $x = 1$ पर संतत है :

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 + 5 & \text{यदि} \quad x \le 1 \\ 2 & \text{यदि} \quad x > 1 \end{cases}$$

19. वक्रों के कुल $y = mx$ (जहाँ m एक स्वेच्छ अचर है) को निरूपित करने वाला अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए ।

20. x^2 के सापेक्ष, $\sec^2(x^2)$ का अवकलन कीजिए ।

अथवा

यदि $y = f(x^2)$ और $f'(x) = e^{\sqrt{x}}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

15. The distance between parallel planes $2x + y - 2z - 6 = 0$ and $4x + 2y - 4z = 0$ is _____ units.

OR

If P(1, 0, – 3) is the foot of the perpendicular from the origin to the plane, then the cartesian equation of the plane is _____ .

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Evaluate :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

17. Find the coordinates of the point where the line $\frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+4}{2}$ cuts the xy-plane.

18. Find the value of k, so that the function $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 5 & \text{if} \quad x \le 1 \\ 2 & \text{if} \quad x > 1 \end{cases}$ is continuous at x = 1.

19. Form the differential equation representing the family of curves y = mx, where m is an arbitrary constant.

20. Differentiate $\sec^2(x^2)$ with respect to x^2.

OR

If $y = f(x^2)$ and $f'(x) = e^{\sqrt{x}}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।

21. $3\sqrt{3}$ इकाई के परिमाण का सदिश $\vec{r}$ ज्ञात कीजिए जिसका तीनों अक्षों पर झुकाव एकसमान है ।

अथवा

दो मात्रक सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$, जिनके लिए $\sqrt{3}\,\vec{a} - \vec{b}$ भी एक मात्रक सदिश है, के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

22. यदि $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ तथा $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो अदिश k का मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए $A^2 + I = kA$ है ।

23. यदि $f(x) = \sqrt{\dfrac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}$ है, तो $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि $f(x) = (\tan x)^{\tan x}$ है, तो $f'(x)$ ज्ञात कीजिए ।

24. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^3 x}\, dx$$

25. रेखा $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \lambda(\hat{k})$ तथा समतल $\vec{r} \cdot (\hat{j} - \hat{k}) = 7$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

26. A और B बारी-बारी से पासों के एक जोड़े को उछालते हैं जब तक कि उनमें से कोई एक पासों पर आए अंकों का योगफल, 6 का गुणज प्राप्त कर खेल को जीत नहीं लेता । यदि A खेल को पहले शुरू करे, तो B के जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।

27. निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

$$\left(1 + e^{y/x}\right) dy + e^{y/x}\left(1 - \frac{y}{x}\right) dx = 0 \; (x \neq 0)$$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

SECTION B

Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.

21. Find a vector $\vec{r}$ equally inclined to the three axes and whose magnitude is $3\sqrt{3}$ units.

OR

Find the angle between unit vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ so that $\sqrt{3}\,\vec{a} - \vec{b}$ is also a unit vector.

22. If $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, find scalar k so that $A^2 + I = kA$.

23. If $f(x) = \sqrt{\dfrac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}$, find $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$.

OR

Find $f'(x)$ if $f(x) = (\tan x)^{\tan x}$.

24. Find :

$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^3 x}\, dx$$

25. Find the angle between the line $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \lambda(\hat{k})$ and the plane $\vec{r} \cdot (\hat{j} - \hat{k}) = 7$.

26. A and B throw a pair of dice alternately till one of them gets the sum of the numbers as multiples of 6 and wins the game. If A starts first, find the probability of B winning the game.

SECTION C

Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Solve the following differential equation :

$$\left(1 + e^{y/x}\right) dy + e^{y/x}\left(1 - \frac{y}{x}\right) dx = 0 \ (x \neq 0).$$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

28. एक कुटीर उद्योग निर्माता पेडेस्टल लैंप और लकड़ी के शेड बनाता है । दोनों के उत्पादन में मशीन-समय व कारीगर-समय चाहिए । प्रत्येक की 1 इकाई के उत्पादन में लगने वाले घंटों की संख्या व संगत लाभ निम्नलिखित तालिका में दिया गया है :

वस्तु	मशीन-समय	कारीगर-समय	लाभ (₹ में)
पेडेस्टल लैंप	1·5 घंटे	3 घंटे	30
लकड़ी का शेड	3 घंटे	1 घंटा	20

फैक्टरी के पास प्रतिदिन अधिक-से-अधिक 42 घंटों का मशीन-समय व 24 घंटों का कारीगर-समय उपलब्ध है ।

यह मानते हुए कि उत्पादित इकाइयाँ सभी बिक जाती हैं, अधिकतम लाभ कमाने हेतु, फैक्टरी उत्पादन की प्रतिदिन कैसी योजना बनाए ? एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाइए तथा आलेख विधि द्वारा हल कीजिए ।

29. ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\sqrt{\cot x} + \frac{1}{\sqrt{\cot x}} \right) dx$$

30. जाँच कीजिए कि क्या प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N पर निम्न संबंध R

$R = \{(a, b) : b \text{ भाज्य है } a \text{ से}\}$

स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है । यह भी ज्ञात कीजिए, क्या संबंध R एक तुल्यता संबंध है ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{4}{5} \right)$.

31. समतलों $x + 2y - 3 = 0$ और $2x - y + z = 1$ के प्रतिच्छेदन से व मूल-बिन्दु $(0, 0, 0)$ से गुज़रने वाले समतल का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए । समतल का सदिश समीकरण भी लिखिए ।

32. यदि $\tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{x - y}$.

अथवा

यदि $y = e^{a \cos^{-1} x}$, $-1 < x < 1$ है, तो दर्शाइए कि

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2 y = 0$$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

28. A cottage industry manufactures pedestal lamps and wooden shades. Both the products require machine time as well as craftsman time in the making. The number of hour(s) required for producing 1 unit of each and the corresponding profit is given in the following table :

Item	Machine Time	Craftsman time	Profit (in ₹)
Pedestal lamp	1·5 hours	3 hours	30
Wooden shades	3 hours	1 hour	20

In a day, the factory has availability of not more than 42 hours of machine time and 24 hours of craftsman time.

Assuming that all items manufactured are sold, how should the manufacturer schedule his daily production in order to maximise the profit ? Formulate it as an LPP and solve it graphically.

29. Find :

$$\int \left(\sqrt{\cot x} + \frac{1}{\sqrt{\cot x}} \right) dx$$

30. Check whether the relation R in the set N of natural numbers given by

$R = \{(a, b) : a \text{ is divisor of } b\}$

is reflexive, symmetric or transitive. Also determine whether R is an equivalence relation.

OR

Prove that $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{4}{5} \right)$.

31. Find the cartesian equation of the plane passing through the intersection of the planes $x + 2y - 3 = 0$ and $2x - y + z = 1$ and the origin i.e. (0, 0, 0). Also write the equation of the plane so obtained in vector form.

32. If $\tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{x - y}$.

OR

If $y = e^{a \cos^{-1} x}$, $-1 < x < 1$, then show that

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2 y = 0$$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।

33. 125π cm^3 आयतन वाले सभी ऊपर से खुले लम्ब-वृत्तीय बेलनाकार डिब्बों में से न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले डिब्बे की विमाएँ ज्ञात कीजिए ।

34. समाकलन विधि से x-अक्ष के ऊपर तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 8x$ एवं परवलय $y^2 = 4x$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

समाकलन विधि से, एक ऐसे त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक A(2, 0), B(4, 5) तथा C(6, 3) हैं ।

35. यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए तथा इसका प्रयोग करके निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$5x - y + 4z = 5$$
$$2x + 3y + 5z = 2$$
$$5x - 2y + 6z = -1$$

अथवा

यदि x, y, z विभिन्न हों और $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$ है, तो सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके दर्शाइए कि $1 + xyz = 0$.

36. एक असंतत यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन निम्नलिखित है :

X	0	1	2	3	4	5
P(X)	$4C^2$	$3C^2$	$2C^2$	C^2	C	2C

(a) C का मान ज्ञात कीजिए ।

(b) बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए ।

(c) बंटन का प्रसरण ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि $\sum x_i^2 \, p_i = 14$.

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

SECTION D

Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.

33. Amongst all open (from the top) right circular cylindrical boxes of volume 125π cm^3, find the dimensions of the box which has the least surface area.

34. Using integration, find the area lying above x-axis and included between the circle $x^2 + y^2 = 8x$ and inside the parabola $y^2 = 4x$.

OR

Using the method of integration, find the area of the triangle ABC, coordinates of whose vertices are A(2, 0), B(4, 5) and C(6, 3).

35. If $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and use it to solve the following system of equations :

$$5x - y + 4z = 5$$
$$2x + 3y + 5z = 2$$
$$5x - 2y + 6z = -1$$

OR

If x, y, z are different and $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$, then using properties of determinants show that $1 + xyz = 0$.

36. A discrete random variable X has the following probability distribution :

X	0	1	2	3	4	5
P(X)	$4C^2$	$3C^2$	$2C^2$	C^2	C	2C

(a) Find the value of C.

(b) Find the mean of the distribution.

(c) Given $\sum x_i^2 p_i = 14$, find the variance of the distribution.