futuretopper.in

Series EF1GH/C

SET~3

प्रश्न–पत्र कोड
Q.P. Code 65/C/3

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित
MATHEMATICS

*

निर्धारित समय : 3 घण्टे
Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80
Maximum Marks : 80

नोट / NOTE :

(i) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।
Please check that this question paper contains **23** printed pages.

(ii) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(iii) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।
Please check that this question paper contains **38** questions.

(iv) **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.

(v) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में* ***38*** *प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र* ***पाँच*** *खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) ***खण्ड क*** *में प्रश्न संख्या* ***1*** *से* ***18*** *तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या* ***19*** *एवं* ***20*** *अभिकथन एवं तर्क आधारित* ***एक-एक*** *अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख*** *में प्रश्न संख्या* ***21*** *से* ***25*** *तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के* ***दो-दो*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) ***खण्ड ग*** *में प्रश्न संख्या* ***26*** *से* ***31*** *तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के* ***तीन-तीन*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) ***खण्ड घ*** *में प्रश्न संख्या* ***32*** *से* ***35*** *तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के* ***पाँच-पाँच*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) ***खण्ड ङ*** *में प्रश्न संख्या* ***36*** *से* ***38*** *प्रकरण अध्ययन आधारित* ***चार-चार*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग* ***वर्जित*** *है ।*

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} - 2y = 4x^2$ का समाकलन गुणक है :

(a) x^2 (b) $-\frac{1}{x^2}$

(c) $\frac{1}{x^2}$ (d) $-x^2$

2. यह दिया गया है कि $X\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ है । तो आव्यूह X है :

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A**, **B**, **C**, **D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. Integrating factor of the differential equation $x\frac{dy}{dx} - 2y = 4x^2$ is :

(a) x^2 (b) $-\frac{1}{x^2}$

(c) $\frac{1}{x^2}$ (d) $-x^2$

2. It is given that $X\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$. Then matrix X is :

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

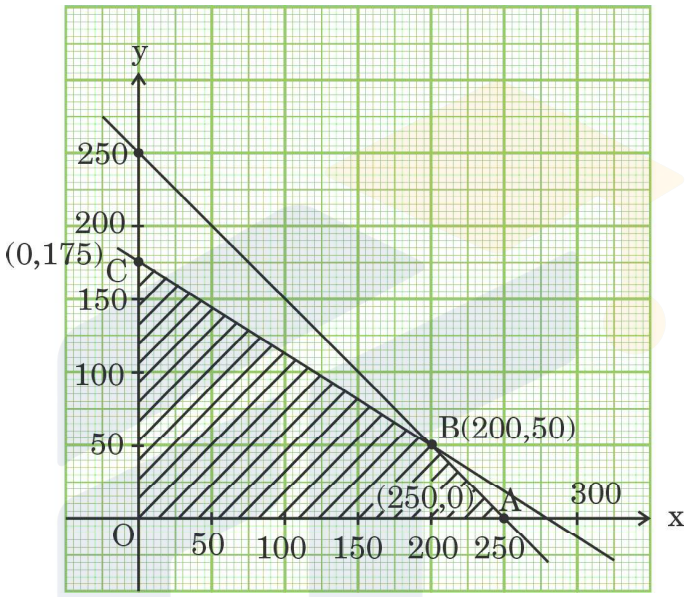
(c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

3. x के किस मान के लिए, सारणिक $\begin{vmatrix} 2x & -3 \\ 5 & x \end{vmatrix}$ और $\begin{vmatrix} 10 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$ समान हैं ?

(a) ± 3 (b) -3 (c) ± 2 (d) 2

4. एक LPP के परिबद्ध सुसंगत क्षेत्र के कोणीय बिंदु O(0, 0), A(250, 0), B(200, 50) और C(0, 175) हैं । यदि उद्देश्य फलन $Z = 2ax + by$ का अधिकतम मान बिंदुओं A(250, 0) और B(200, 50) पर है, तो a और b के बीच का संबंध होगा :



(a) $2a = b$ (b) $2a = 3b$ (c) $a = b$ (d) $a = 2b$

5. रेखाओं $\frac{x+1}{1} = \frac{4-y}{-1} = \frac{z-5}{2}$ और $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+5}{4}$ के बीच का कोण है :

(a) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (b) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

6. एक निष्पक्ष पासे को उछाला गया । घटनाएँ E और F क्रमश: $E = \{1, 3, 5\}$ और $F = \{2, 3\}$ हैं । $P(E|F)$ का मान है :

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$

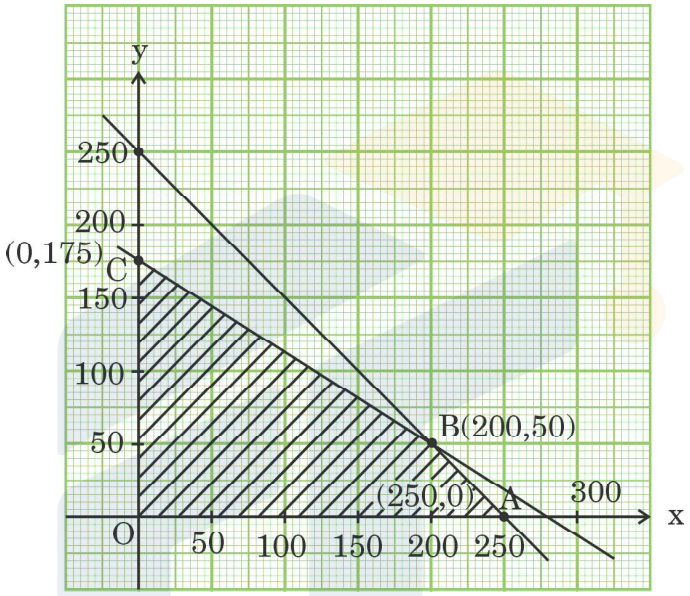
(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{2}$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

3. For which value of x, are the determinants $\begin{vmatrix} 2x & -3 \\ 5 & x \end{vmatrix}$ and $\begin{vmatrix} 10 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$ equal ?

(a) ± 3 (b) -3 (c) ± 2 (d) 2

4. The corner points of the bounded feasible region of an LPP are O(0, 0), A(250, 0), B(200, 50) and C(0, 175). If the maximum value of the objective function $Z = 2ax + by$ occurs at the points A(250, 0) and B(200, 50), then the relation between a and b is :



(a) $2a = b$ (b) $2a = 3b$ (c) $a = b$ (d) $a = 2b$

5. The angle between the lines $\frac{x+1}{1} = \frac{4-y}{-1} = \frac{z-5}{2}$ and $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+5}{4}$ is :

(a) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (b) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

6. A fair die is rolled. Events E and F are E = {1, 3, 5} and F = {2, 3} respectively. Value of P(E|F) is :

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{2}$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

7. यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$ और $(\vec{a} + \vec{b})$ सभी मात्रक सदिश हैं और $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण θ है, तो θ का मान होगा :

(a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{5\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

8. यदि ABCD एक समांतर चतुर्भुज है और AC तथा BD इसके विकर्ण हैं, तो $\vec{AC} + \vec{BD}$ है :

(a) $2\vec{DA}$ (b) $2\vec{AB}$ (c) $2\vec{BC}$ (d) $2\vec{BD}$

9. यदि $x = a\cos\theta + b\sin\theta$, $y = a\sin\theta - b\cos\theta$ है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही है ?

(a) $y^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = 0$ (b) $y^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$

(c) $y^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$ (d) $y^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - y = 0$

10. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ और $A^2 = kA$ है, तो k का मान होगा :

(a) 1 (b) -2 (c) 2 (d) -1

11. अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + x^4 = 0$ की कोटि और घात में अंतर है :

(a) 1 (b) 2 (c) -1 (d) 0

12. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}dx$ बराबर है :

(a) $\tan x - \cot x + C$ (b) $-\cot x - \tan x + C$

(c) $\cot x + \tan x + C$ (d) $\tan x - \cot x - C$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

7. If $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $(\vec{a} + \vec{b})$ are all unit vectors and θ is the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$, then the value of θ is :

(a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{5\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

8. If ABCD is a parallelogram and AC and BD are its diagonals, then $\vec{AC} + \vec{BD}$ is :

(a) $2\vec{DA}$ (b) $2\vec{AB}$ (c) $2\vec{BC}$ (d) $2\vec{BD}$

9. If $x = a\cos\theta + b\sin\theta$, $y = a\sin\theta - b\cos\theta$, then which one of the following is true ?

(a) $y^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = 0$ (b) $y^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$

(c) $y^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$ (d) $y^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - y = 0$

10. If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ and $A^2 = kA$, then the value of k is :

(a) 1 (b) -2 (c) 2 (d) -1

11. The difference of the order and the degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + x^4 = 0$ is :

(a) 1 (b) 2 (c) -1 (d) 0

12. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}dx$ is equal to

(a) $\tan x - \cot x + C$ (b) $-\cot x - \tan x + C$

(c) $\cot x + \tan x + C$ (d) $\tan x - \cot x - C$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

13. यदि A, कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है और $|A| = 6$ है, तो $|\text{adj } A|$ का मान है :

(a) 6 (b) 36

(c) 27 (d) 216

14. आव्यूह समीकरण $\begin{bmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+2z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, में z का मान है :

(a) 1 (b) 2

(c) -1 (d) -2

15. यदि $y = \log\left[\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)\right]$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

(a) sec x (b) cosec x

(c) tan x (d) sec x tan x

16. अर्ध-तल $2x + y - 4 \leq 0$ में स्थित बिंदु है :

(a) (0, 8) (b) (1, 1)

(c) (5, 5) (d) (2, 2)

17. $\int_0^{\pi/6} \sin 3x \, dx$ का मान है :

(a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $-\frac{1}{3}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

18. सदिश $\hat{i}$ का सदिश $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ पर प्रक्षेप है :

(a) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (b) $\sqrt{6}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ (d) $\frac{3}{\sqrt{6}}$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

13. If A is a square matrix of order 3 and $|A| = 6$, then the value of $|\text{adj } A|$ is :

(a) 6 (b) 36

(c) 27 (d) 216

14. In the matrix equation $\begin{bmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+2z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, the value of z is :

(a) 1 (b) 2

(c) -1 (d) -2

15. If $y = \log\left[\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)\right]$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

(a) sec x (b) cosec x

(c) tan x (d) sec x tan x

16. The point which lies in the half-plane $2x + y - 4 \leq 0$ is :

(a) (0, 8) (b) (1, 1)

(c) (5, 5) (d) (2, 2)

17. The value of $\int_0^{\pi/6} \sin 3x \, dx$ is :

(a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $-\frac{1}{3}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

18. The projection of vector $\hat{i}$ on the vector $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ is :

(a) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (b) $\sqrt{6}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ (d) $\frac{3}{\sqrt{6}}$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए ।*

(a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(c) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है ।

(d) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है ।

19. *अभिकथन (A) :* शीर्षों A(0, 0, 0), B(3, 4, 5), C(8, 8, 8) और D(5, 4, 3) से बना चतुर्भुज एक समचतुर्भुज है ।

तर्क (R) : ABCD एक समचतुर्भुज है, यदि AB = BC = CD = DA, AC ≠ BD है ।

20. *अभिकथन (A) :* $\cot^{-1}(\sqrt{3})$ का मुख्य मान $\frac{\pi}{6}$ है ।

तर्क (R) : $\cot^{-1} x$ का प्रांत $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ है ।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. एक ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए, जिसका परिमाण 6 है तथा वह प्रत्येक सदिश $\vec{a} + \vec{b}$ और $\vec{a} - \vec{b}$ के लम्बवत् है, जहाँ $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ हैं ।

22. (क) यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$ और $\vec{c}$ तीन सदिश इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 24$, $|\vec{c}| = 25$ और $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, तो $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) यदि एक रेखा x-अक्ष, y-अक्ष और z-अक्ष के साथ क्रमश: α, β और γ कोण बनाती है, तो सिद्ध कीजिए कि $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$ है ।

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.*

(a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(c) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(d) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. *Assertion (A) :* Quadrilateral formed by vertices A(0, 0, 0), B(3, 4, 5), C(8, 8, 8) and D(5, 4, 3) is a rhombus.

Reason (R) : ABCD is a rhombus if AB = BC = CD = DA, AC ≠ BD.

20. *Assertion (A) :* The principal value of $\cot^{-1}(\sqrt{3})$ is $\frac{\pi}{6}$.

Reason (R) : Domain of $\cot^{-1} x$ is $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. Find a vector of magnitude 6, which is perpendicular to each of the vectors $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$, where $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

22. (a) If $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are three vectors such that $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 24$, $|\vec{c}| = 25$ and $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

OR

(b) If a line makes angles α, β and γ with x-axis, y-axis and z-axis respectively, then prove that $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$.

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

23. फलन

$$f(x) = \begin{cases} 3ax + b, & \text{यदि } x > 1 \\ 11, & \text{यदि } x = 1 \\ 5ax - 2b, & \text{यदि } x < 1 \end{cases}$$

$x = 1$ पर संतत है । a और b के मान ज्ञात कीजिए ।

24. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = x^3 + \frac{1}{x^3}$, $x \neq 0$ ह्रासमान है ।

25. (क) सरल कीजिए :

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$$

अथवा

(ख) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = [x]$ द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है ।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।

26. (क) दो थैलों में से थैले A में 2 सफ़ेद और 3 लाल गेंदें हैं और थैले B में 4 सफ़ेद और 5 लाल गेंदें हैं । यादृच्छया एक गेंद को एक थैले में से निकाला गया और पाया गया कि यह लाल है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इसे थैले B में से निकाला गया था ।

अथवा

(ख) 50 व्यक्तियों के समूह में से 20 सदैव सच बोलते हैं । इस समूह में से यादृच्छया 2 व्यक्तियों को चुना गया (बिना प्रतिस्थापना के) । चुने गए उन व्यक्तियों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए जो सदैव सच बोलते हैं ।

27. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\cos\theta}{\sqrt{3 - 3\sin\theta - \cos^2\theta}}\, d\theta$$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

23. The function

$$f(x) = \begin{cases} 3ax + b, & \text{if} \quad x > 1 \\ 11, & \text{if} \quad x = 1 \\ 5ax - 2b, & \text{if} \quad x < 1 \end{cases}$$

is continuous at x = 1. Find the values of a and b.

24. Find the interval in which the function $f(x) = x^3 + \frac{1}{x^3}$, $x \neq 0$ is decreasing.

25. (a) Simplify :

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$$

OR

(b) Prove that the greatest integer function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, given by $f(x) = [x]$, is neither one-one nor onto.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) Out of two bags, bag A contains 2 white and 3 red balls and bag B contains 4 white and 5 red balls. One ball is drawn at random from one of the bags and is found to be red. Find the probability that it was drawn from bag B.

OR

(b) Out of a group of 50 people, 20 always speak the truth. Two persons are selected at random from the group (without replacement). Find the probability distribution of number of selected persons who always speak the truth.

27. Find :

$$\int \frac{\cos\theta}{\sqrt{3 - 3\sin\theta - \cos^2\theta}}\, d\theta$$

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

28. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x \sin x \cos x}{\sin^4 x + \cos^4 x} \, dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^3 (|x-1| + |x-2|) \, dx$$

29. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x}{(x^2+1)(x-1)} dx$$

30. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

निम्नलिखित व्यवरोधों के अंतर्गत,

$z = 6x + 7y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$2x + y \geq 8$$
$$x + 2y \geq 10$$
$$x, y \geq 0$$

31. (क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2+y^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि जब $x = 0$ है, तो $y = 1$ है ।

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1+x^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि जब $x = 1$ है, तो $y = 0$ है ।

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

28. (a) Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x \sin x \cos x}{\sin^4 x + \cos^4 x}\, dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_1^3 (|x-1| + |x-2|)\, dx$$

29. Find :

$$\int \frac{x}{(x^2+1)(x-1)}\, dx$$

30. Solve the following Linear Programming Problem graphically:

Minimise $z = 6x + 7y$

subject to the constraints

$$2x + y \geq 8$$
$$x + 2y \geq 10$$
$$x, y \geq 0$$

31. (a) Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2+y^2}$, given that $y = 1$ when $x = 0$.

OR

(b) Find the particular solution of the differential equation $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1+x^2}$, given that $y = 0$ when $x = 1$.

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. समाकलन का उपयोग करते हुए, एक ऐसे त्रिभुज से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(-1, 2)$, $(1, 5)$ और $(3, 4)$ हैं ।

33. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए, अत: निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$
$$x + 2z = 7$$
$$3x + y + z = 12$$

34. (क) दर्शाइए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय $\mathbb{R}$ में

$$S = \{(a, b) : a \leq b^3,\ a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}\}$$

द्वारा परिभाषित संबंध S न तो स्वतुल्य है, न सममित है और न ही संक्रामक है ।

अथवा

(ख) माना कि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ में संबंध R इस प्रकार परिभाषित है $R = \{(a, b) : a$ और b दोनों या तो विषम हैं या सम हैं$\}$ दर्शाइए कि R एक तुल्यता संबंध है । अत:, तुल्यता वर्ग [1] के अवयव ज्ञात कीजिए ।

35. (क) दर्शाइए कि रेखाएँ $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ और $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं । इनका प्रतिच्छेदन बिन्दु भी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) रेखा युग्मों $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$ और $\frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{1};\ z = 2$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

SECTION D

This section comprises long answer type questions (LA) of 5 marks each.

32. Using integration, find the area of the region bounded by the triangle whose vertices are (– 1, 2), (1, 5) and (3, 4).

33. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and hence solve the following system of linear equations :

$$x + y + z = 6$$
$$x + 2z = 7$$
$$3x + y + z = 12$$

34. (a) Show that the relation S in set $\mathbb{R}$ of real numbers defined by

$$S = \{(a, b) : a \leq b^3,\ a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}\}$$

is neither reflexive, nor symmetric, nor transitive.

OR

(b) Let R be the relation defined in the set A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} by R = {(a, b) : both a and b are either odd or even}. Show that R is an equivalence relation. Hence, find the elements of equivalence class [1].

35. (a) Show that the lines $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ and $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ intersect. Also find their point of intersection.

OR

(b) Find the shortest distance between the pair of lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$ and $\frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{1}$; z = 2.

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

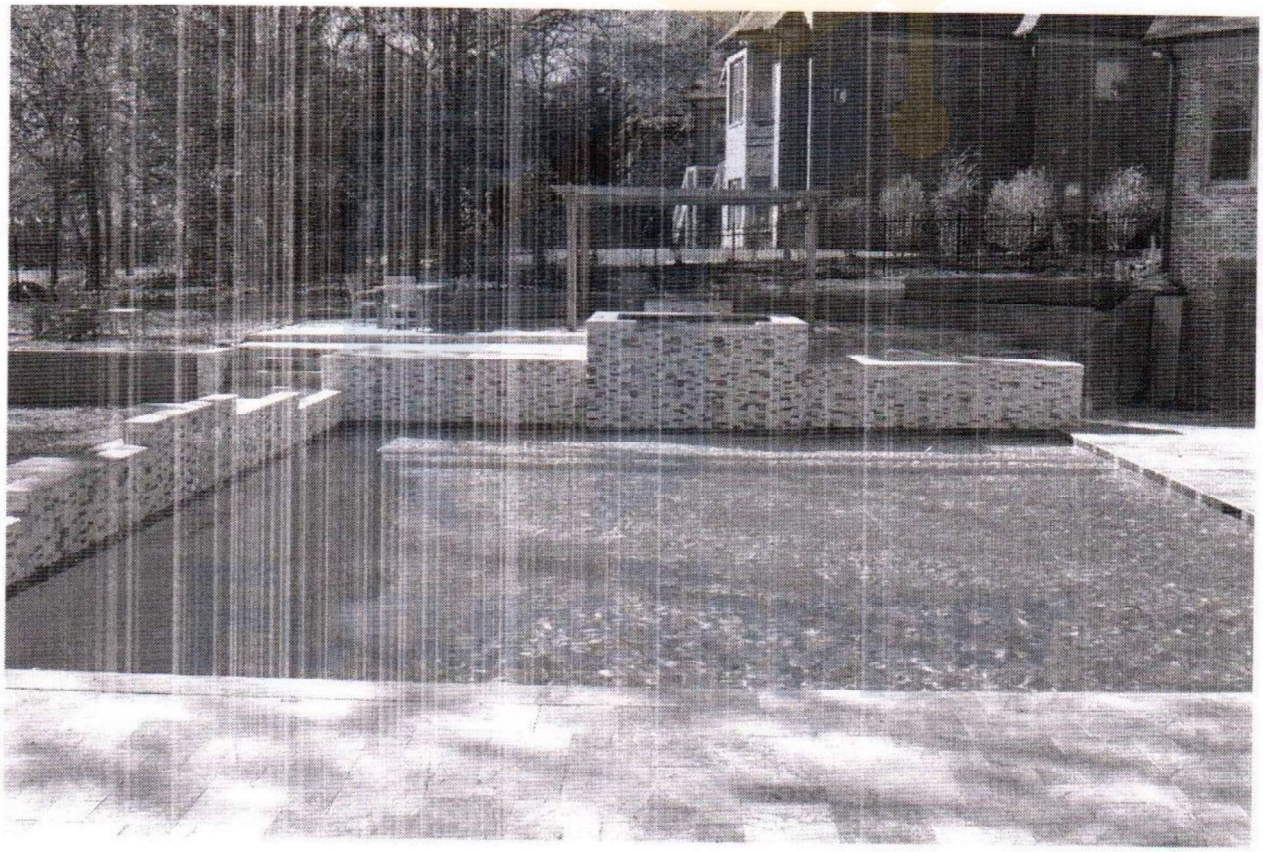
futuretopper.in

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. एक हाउसिंग सोसाइटी अपने निवासियों के लिए तैराकी हेतु एक पूल (तालाब) बनाना चाहती है । इसके लिए उन्हें एक वर्गाकार भूमि खरीदनी है और इस गहराई तक खोदना है कि इस पूल की क्षमता 250 घन मीटर हो जाए । भूमि की कीमत ₹ 500 प्रति वर्ग मीटर है । खोदने की कीमत में गहराई की अधिकता के अनुसार वृद्धि होती जाती है तथा पूरे पूल की लागत ₹ 4000 (गहराई)^2 है ।



मान लीजिए कि वर्गाकार प्लॉट की भुजा x मीटर और गहराई h मीटर है ।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) लागत फलन C(h) को h के पदों में लिखिए । *1*

(ii) क्रांतिक बिंदु ज्ञात कीजिए । *1*

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

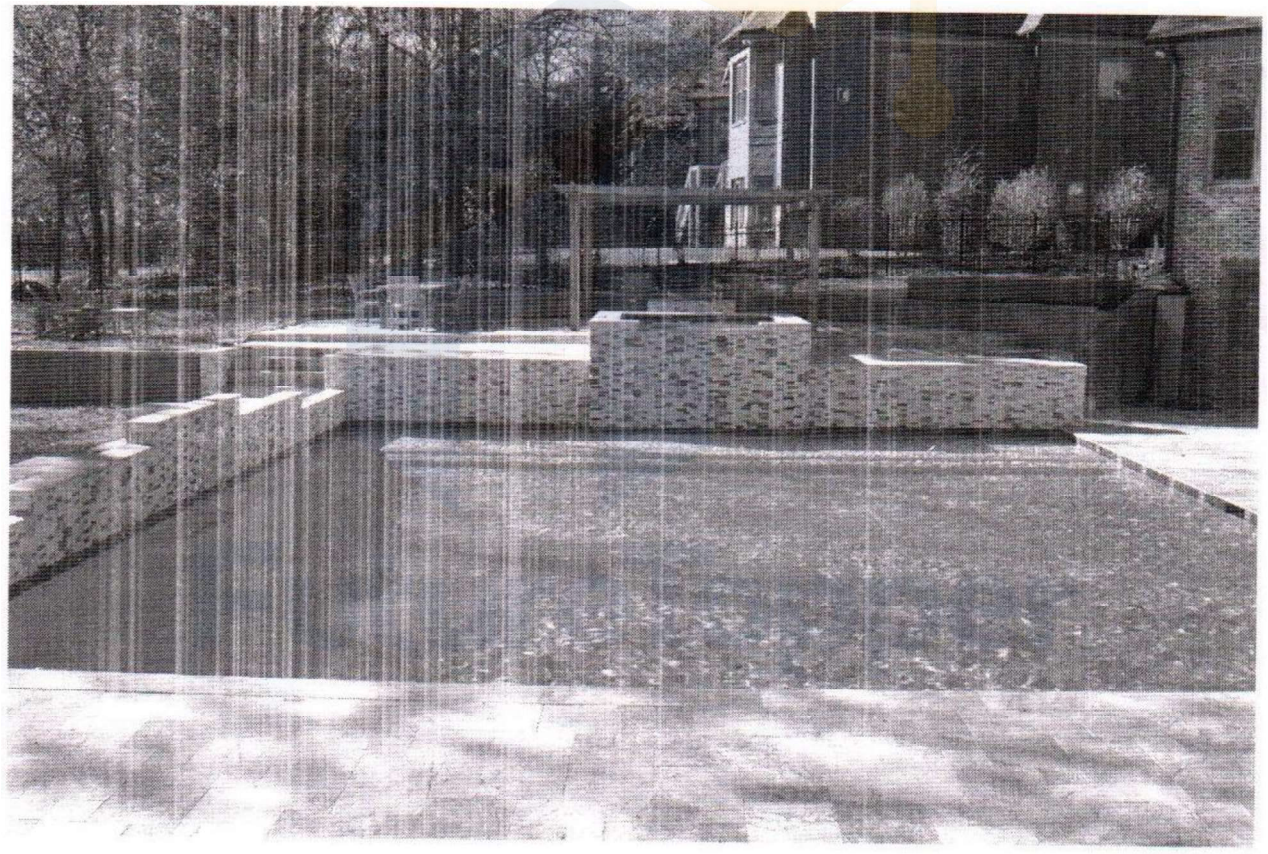
futuretopper.in

SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. A housing society wants to commission a swimming pool for its residents. For this, they have to purchase a square piece of land and dig this to such a depth that its capacity is 250 cubic metres. Cost of land is ₹ 500 per square metre. The cost of digging increases with the depth and cost for the whole pool is ₹ 4000 $(\text{depth})^2$.



Suppose the side of the square plot is x metres and depth is h metres.
On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Write cost C(h) as a function in terms of h. *1*

(ii) Find critical point. *1*

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

(iii) (क) द्वितीय अवकलज परीक्षण द्वारा h का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए पूल बनाने की लागत न्यूनतम हो । पूल बनाने की न्यूनतम लागत क्या है ? *2*

अथवा

(iii) (ख) प्रथम अवकलज परीक्षण से पूल की ऐसी गहराई ज्ञात कीजिए कि पूल बनाने की लागत न्यूनतम हो । न्यूनतम लागत के लिए x और h के बीच का संबंध भी ज्ञात कीजिए । *2*

प्रकरण अध्ययन – 2

37. एक कृषि संस्थान में, वैज्ञानिक बीजों की किस्मों को अलग-अलग वातावरणों में उगाने का प्रयोग करते हैं जिससे कि स्वस्थ पौधे उगें और अधिक उपज प्राप्त हो ।

एक वैज्ञानिक ने अवलोकन किया कि एक विशेष बीज अंकुरित होने के बाद बहुत तेज़ी से बढ़ रहा है । उसने बीज के अंकुरण के बाद से ही पौधे की वृद्धि को रिकॉर्ड किया था और उसने कहा कि इस वृद्धि को फलन $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 15x + 2,\ 0 \le x \le 10$ से परिभाषित किया जा सकता है, जहाँ x दिनों की वह संख्या है जिनमें पौधा सूर्य के प्रकाश से उजागर था ।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) इस फलन f(x) के क्रांतिक बिंदु कौन-से हैं ? *2*

(ii) द्वितीय अवकलज परीक्षण का प्रयोग करके, फलन का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए । *2*

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

(iii) (a) Use second derivative test to find the value of h for which cost of constructing the pool is minimum. What is the minimum cost of construction of the pool ? *2*

OR

(iii) (b) Use first derivative test to find the depth of the pool so that cost of construction is minimum. Also, find relation between x and h for minimum cost. *2*

Case Study – 2

37. In an agricultural institute, scientists do experiments with varieties of seeds to grow them in different environments to produce healthy plants and get more yield.

A scientist observed that a particular seed grew very fast after germination. He had recorded growth of plant since germination and he said that its growth can be defined by the function

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 15x + 2, \quad 0 \le x \le 10$$

where x is the number of days the plant is exposed to sunlight.



On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) What are the critical points of the function f(x) ? *2*

(ii) Using second derivative test, find the minimum value of the function. *2*

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक समूह क्रियाकलाप की कक्षा में 10 विद्यार्थी हैं जिनकी आयु 16, 17, 15, 14, 19, 17, 16, 19, 16 और 15 वर्ष हैं । एक विद्यार्थी को यादृच्छया इस प्रकार चुना गया कि प्रत्येक विद्यार्थी के चुने जाने की संभावना समान है और चुने गए विद्यार्थी की आयु को लिखा गया ।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुने गए विद्यार्थी की आयु एक भाज्य संख्या है । *1*

(ii) माना X चुने हुए विद्यार्थी की आयु है, तो X का क्या मान हो सकता है ? *1*

(iii) (क) यादृच्छया चर X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए तथा माध्य आयु ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(iii) (ख) एक यादृच्छया चुने गए विद्यार्थी की आयु 15 वर्ष से अधिक पाई गई । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उसकी आयु एक अभाज्य संख्या है । *2*

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE

futuretopper.in

Case Study – 3

38. In a group activity class, there are 10 students whose ages are 16, 17, 15, 14, 19, 17, 16, 19, 16 and 15 years. One student is selected at random such that each has equal chance of being chosen and age of the student is recorded.



On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Find the probability that the age of the selected student is a composite number. *1*

(ii) Let X be the age of the selected student. What can be the value of X ? *1*

(iii) (a) Find the probability distribution of random variable X and hence find the mean age. *2*

OR

(iii) (b) A student was selected at random and his age was found to be greater than 15 years. Find the probability that his age is a prime number. *2*

Official CBSE question paper from cbse.gov.in | futuretopper.in
futuretopper.in is not linked to or endorsed by CBSE